

Код 21.09.-11-02

Олимпиадная работа
участника школьного этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике и
обучающегося 11 класса

муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения
«Средняя общеобразовательная школа № 19» Шпаковского муниципального
района Ставропольского края

Торелова Артёма Михайловича
(Фамилия Имя Отчество)

Педагог-наставник: учитель
математики муниципального
бюджетного общеобразовательного
учреждения «Средняя
общеобразовательная школа № 19»
Шпаковского муниципального района
Ставропольского края

Крушикова Ольга
Александровна

21 сентября 2019 г.

Всероссийская олимпиада школьников
1 этап – школьный, 2019-2020 учебный год

Математика, 11 класс

Задача 1. (7 баллов) Электронные часы показывают время от 00.00.00 до 23.59.59. Сколько времени в течение суток на табло часов горят ровно три цифры 7?

Задача 2. (7 баллов) Решите уравнение: $3^x + 4^x = 5^x$

Задача 3. (7 баллов) Докажите, что при любых a и b уравнение

$$(a^2 - b^2)x^2 + 2(a^3 - b^3)x + (a^4 - b^4) = 0$$

имеет решение.

Задача 4. (7 баллов) В треугольнике ABC биссектрисы углов A и B пересекают описанную окружность в точках K и L . Отрезки AK и BL пересекаются в точке X и делятся этой точкой в равных отношениях, считая от вершины треугольника. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

Задача 5. (7 баллов) Существует ли такое число x , что $\operatorname{tg} x + \sqrt{3}$ и $\operatorname{ctg} x + \sqrt{3}$ - целые числа?

$07(0\varphi, 1\varphi, 2\varphi, 3\varphi, 4\varphi, 5\varphi)(0\varphi, 1\varphi, 2\varphi, 3\varphi, 4\varphi, 5\varphi)$
 $1\varphi(0, \varphi; 1\varphi, 2\varphi, 3\varphi, 4\varphi, 5\varphi)(0\varphi, 1\varphi, 2\varphi, 3\varphi, 4\varphi, 5\varphi)$

$$C = 2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$$

Ответ: 72 раз

$$\sqrt{2} \quad 3^x + 4^x = 5^x \quad | : 5^x$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$$

Рассмотрим $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ и $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$

репрезентации в точке $(2; 1)$

$$x = 2$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad - \text{верно}$$

Ответ: $x = 2$.

$$\begin{aligned}
 & \sim 3(a^3 - b^3)^2 - (a^2 - b^2)(a^4 - b^4) = a^6 - 2a^3b^3 + b^6 - a^6 + a^2b^4 + a^4b^2 - b^6 = a^2b^4 - 2a^3b^3 + a^4b^2 = \\
 & = a^2b^2(b - a)^2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Если $(a^2 - b^2) = 0$, то $x = 0$

$$\begin{aligned}
 & \sim 5 \quad \text{tg } x + \sqrt{3} \quad \text{и} \quad \text{ctg } x + \sqrt{3} \quad x = ? \\
 & \text{tg } \sqrt{6} + \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{и} \quad \text{ctg } \sqrt{6} + \sqrt{3} = \sqrt{9} = 3
 \end{aligned}$$